

목 차

제 3 장. Antenna Measurements

3-1. Input impedance의 측정

- VSWR (Voltage Standing Wave Ratio)
- Bandwidth of an antenna
- 측정 시 주의해야 할 사항들 (balun, body-effect 등)

3-2. Radiation pattern measurement

- 측정 시 주의해야 할 사항들 (측정 오차 source 등)
- Rayleigh distance와 Fraunhofer region boundary
- 여러가지 antenna 측정 range들

3-3. Gain measurements

- Review on Friis transmission formula as basis of the gain measurement methods
- Two methods for the gain measurements
 - i) Gain – transfer (Gain–Comparison) measurements
 - ii) Absolute – gain measurements
 - { Two–antenna method
 - Three–antenna method

3-4. Polarization measurements

- Review on the polarization concept
- polarization measurements
 - i) dumbbell polarization curve
 - ii) axial ratio (AR)
 - iii) polarization ratio (P)
 - iv) tilt angle(τ) of the polarization ellipse

제 3 장. Antenna Measurements

The main parameters which are used to characterize an antenna are

(a) input impedance

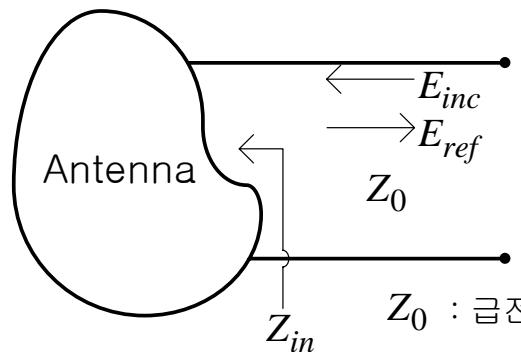
(b) radiation pattern (polar diagram)

(c) gain

(d) polarization

note) scale modeling

3-1. Input impedance의 측정



The reflection coefficient

$$\Gamma = \frac{E_{ref}}{E_{inc}} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}$$

Z_0 : 급전선의 특성 임피던스.

An antenna is usually fed via a coaxial cable or other form of transmission line, and a 50Ω characteristic impedance is usually taken as standard.

Power의 측면에서 보면

$$\frac{P_{ref}}{P_{inc}} = |\Gamma|^2 = \left| \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \right|^2$$

Z_{in} : antenna input impedance,

Z_0 : line characteristic impedance,

Γ : voltage reflection coefficient.

What needs usually to be found is

$$|\Gamma| = \left| \frac{Z_{in}(f) - Z_0}{Z_{in}(f) + Z_0} \right|$$

VSWR (Voltage Standing Wave Ratio) measurements

$$1 \leq VSWR = V_{max} / V_{min} = (1 + |\Gamma|) / (1 - |\Gamma|) \leq \infty, |\Gamma| = 0 \text{ (impedance matched)} \text{이면 } VSWR = 1$$

,using a field probe in a slotted line at microwave.

보통 swept frequency network analyzer를 사용하여, 측정하고자 하는 band에 걸쳐 주파수의 함수로서

복소 반사계수 $\Gamma = |\Gamma| e^{j\alpha}$ 를 구하면

$$Z_{in} = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \text{로부터 } Z_{in} \text{ 을 용이하게 얻는다.}$$

측정결과 (measured result)는 인접 물체(nearby object)가 있으면 상당히 변화할 수가 있다. 인접 물체가 있음으로써, 피측정 안테나 근처의 reactive field를 변화시키거나 또는 복사된 전자파(radiated field)를 그대로 피측정 안테나 쪽으로 반사시킬 수 있기 때문이다.

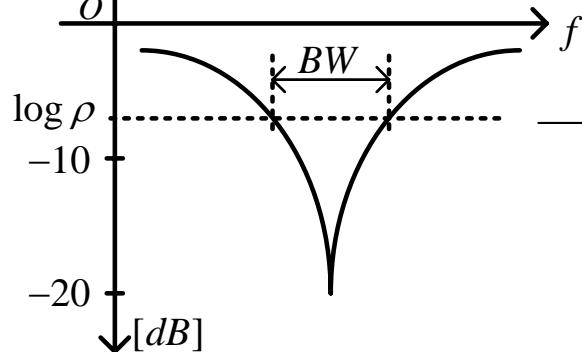
Bandwidth of an antenna

-BW of an antenna can be defined in terms of a variation in any of its measurable properties such as input impedance or Q(quality factor).

Input impedance is often the limiting factor for useful antenna performance, so the impedance bandwidth is an important parameters.

The 3dB points for this are the frequencies for which $|\Gamma|^2 = \frac{1}{2}$ $\therefore |\Gamma| = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

$$\log \rho = \log |\Gamma|$$



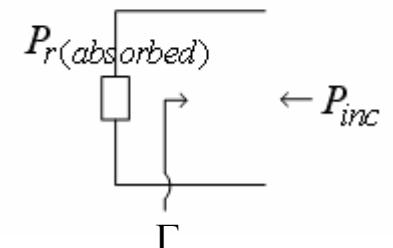
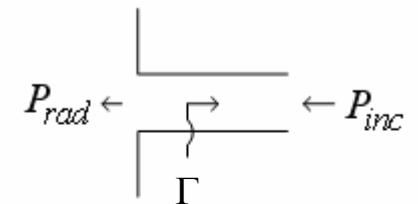
$$\begin{aligned} 10 \log \rho^2 &= 20 \log \rho \\ &= 20 \log |\Gamma| = 20 \log(1/\sqrt{2}) \\ &= -7 \text{ [dB]} \end{aligned}$$

Note) no unique definition

Important !

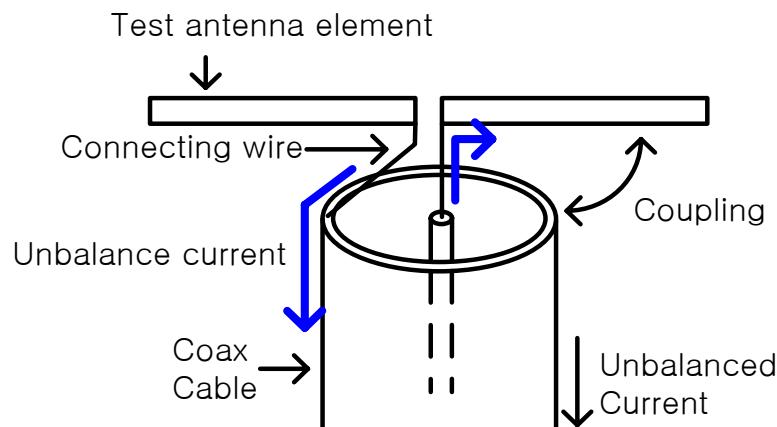
$$P_{rad} = P_{inc} (1 - |\Gamma|^2)$$

(absorbed)



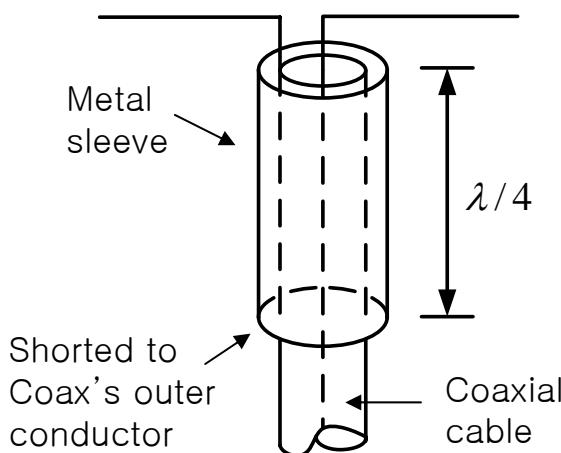
Things to consider prior to measurement :

- i) small antenna의 경우, 급전 cable이나 그 외 nearby object 영향을 최소화 해야 하며, 동시에 unbalanced current를 없도록 해야 한다. (아래 그림 참조)

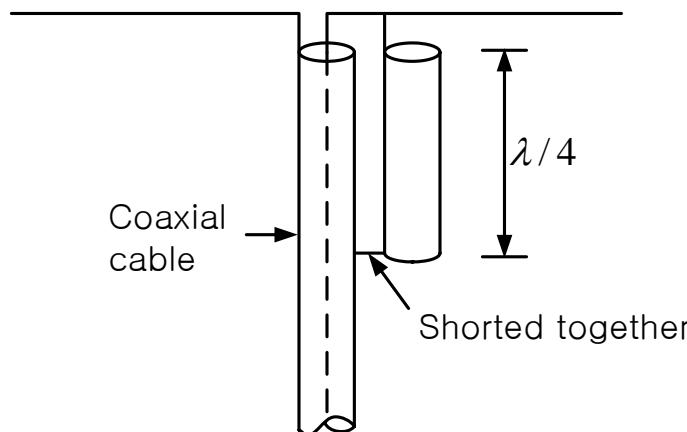


소형 안테나에 cable을 연결했을 때 초래되는 Undesired unbalanced current 즉, coaxial cable의 외부표면으로 흐르는 current를 되도록 줄이고 모두 cable의 내부표면으로 흐르도록 해야 한다.

피측정 안테나의 특성을 측정하기 위하여 unbalanced 형태의 coaxial cable을 연결하는 경우, 이미 언급한 바와 같이 바람직하지 않은 unbalanced current가 생겨서 원치 않는 복사가 일어날 수도 있고 측정결과의 정확도를 악화시킬 수가 있다. 이러한 경우 사용되는 것이 balun이다.(아래 그림 참조)



Spertopf (bazooka) balun.

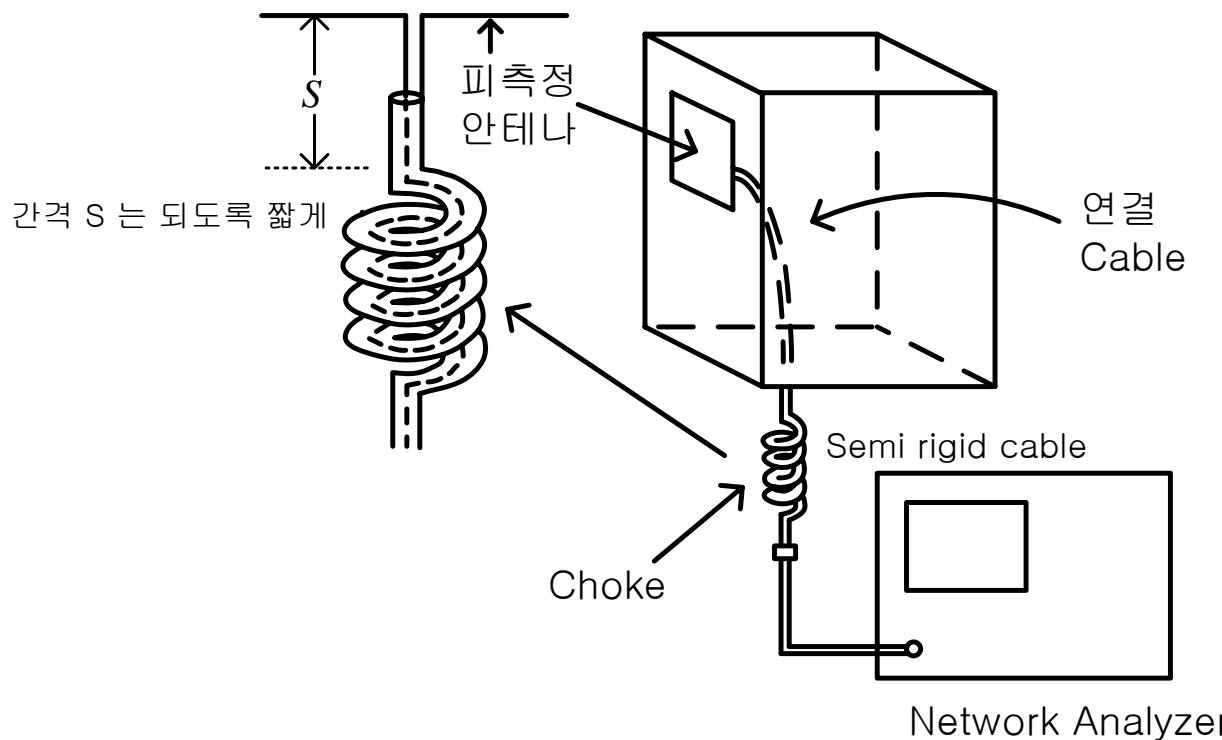


Two-wire line balun.

Disadvantage : Narrow Bandwidth.

Note) ferrite ring을 사용하여 undesired mode current를 줄일 수도 있다.

Balun의 협대역(narrow bandwidth)을 극복하기 위한 방법으로 아래 그림과 같이 choke를 사용할 수 있다.



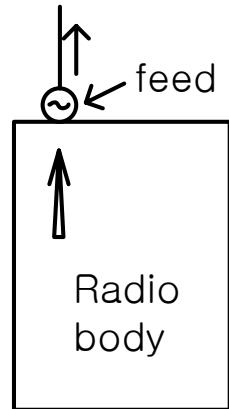
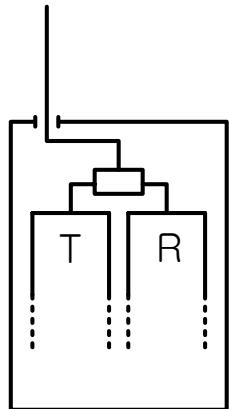
Choke coil on a semi-rigid cable

Note) 피측정 안테나에 연결된 cable의 바깥 부분으로 흐르는 undesired mode current를 제거하기 위하여 Choke를 사용하는데 이 때 피측정 안테나와 choke 간의 거리는 가능한 한 짧게 해야 한다.

∴ choke 연결 cable에 흐르는 전류에 의한 복사

ii) Antenna structure는 단순히 antenna element configuration만으로 정의되지 않는다는 것을 유념해야.

예를 들어 VHF-UHF portable radio(아래 그림)의 경우를 생각해 보자.

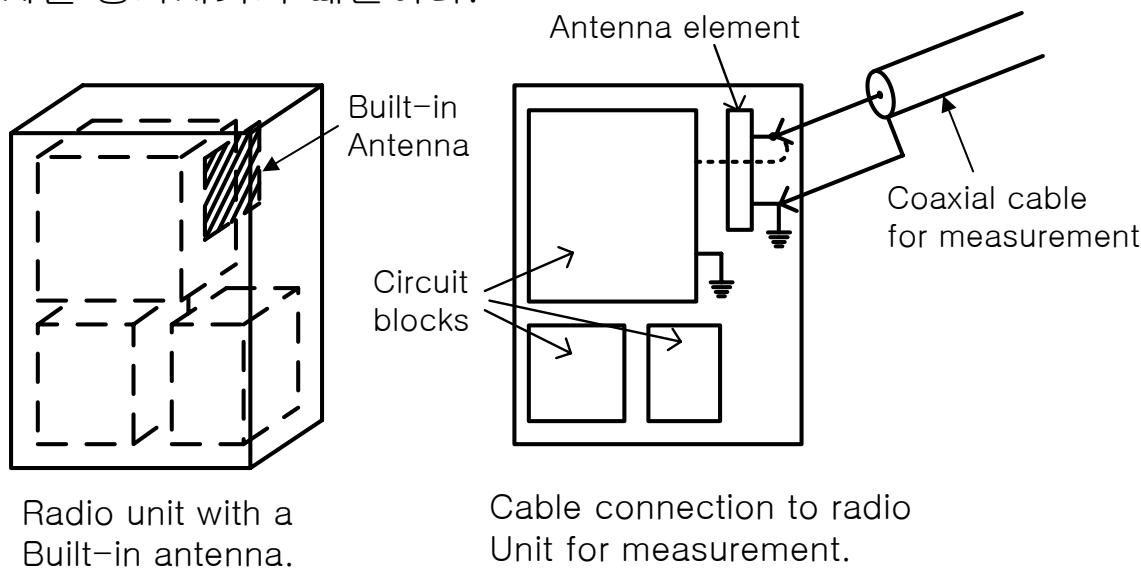


- Radio body가 radiating element의 아래의 반(half) 구조를 구성한다(비대칭으로)
- 이러한 경우 임피던스를 측정하고자 할 때 feed 점에서 해야(즉 radio body의 영향을 고려해야) 한다.
 - 손으로 잡는 경우, 손이나 머리와 같은 body effect도 고려되어야 한다.

iii) 소형 안테나가 portable radio unit이나 pocket-sized equipment에 내장(built-in)되어 있는 경우, 다음의 세가지 점에 유의해야 한다.

첫째, 소형 내장형인 경우, 안테나와 연결된 회로구조(circuit structure in the equipment) 때문에 안테나의 구동 단자가 정확하지 않기 때문에, 임피던스를 측정해야 할 정확한 위치를 신중하게 결정해 주어야 할 필요가 있다.

둘째, 연결 cable 과 정확히 선택하여 결정된, 피측정 안테나의 구동단자간의 도선 길이는 가능한 짧게 해야 한다. 그렇지 않으면 cable과 안테나 구동점 간에 연결된 도선에 의한 임피던스가 추가되어 측정오차를 증가시키기 때문이다.



셋째, cable 끝 (cable과 도선 연결부)으로부터의 cable 길이에 대한 calibration이 정확히 이루어져야 한다.

3-2. Radiation pattern measurement

Measurement of the “far field” radiation pattern are usually required.

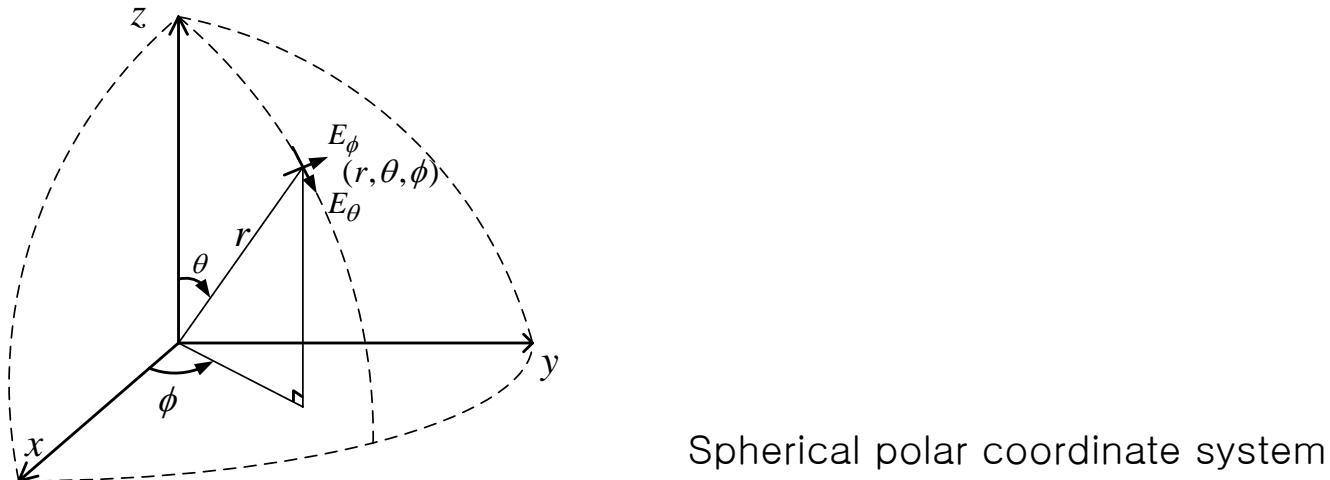
In general, $\vec{E} = \vec{E}(r, \theta, \phi)$

$$\text{As } r \rightarrow \infty, \vec{E} \Rightarrow f(\theta, \phi) \cdot \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \vec{v}$$

where, $f(\theta, \phi)$; complex radiation pattern

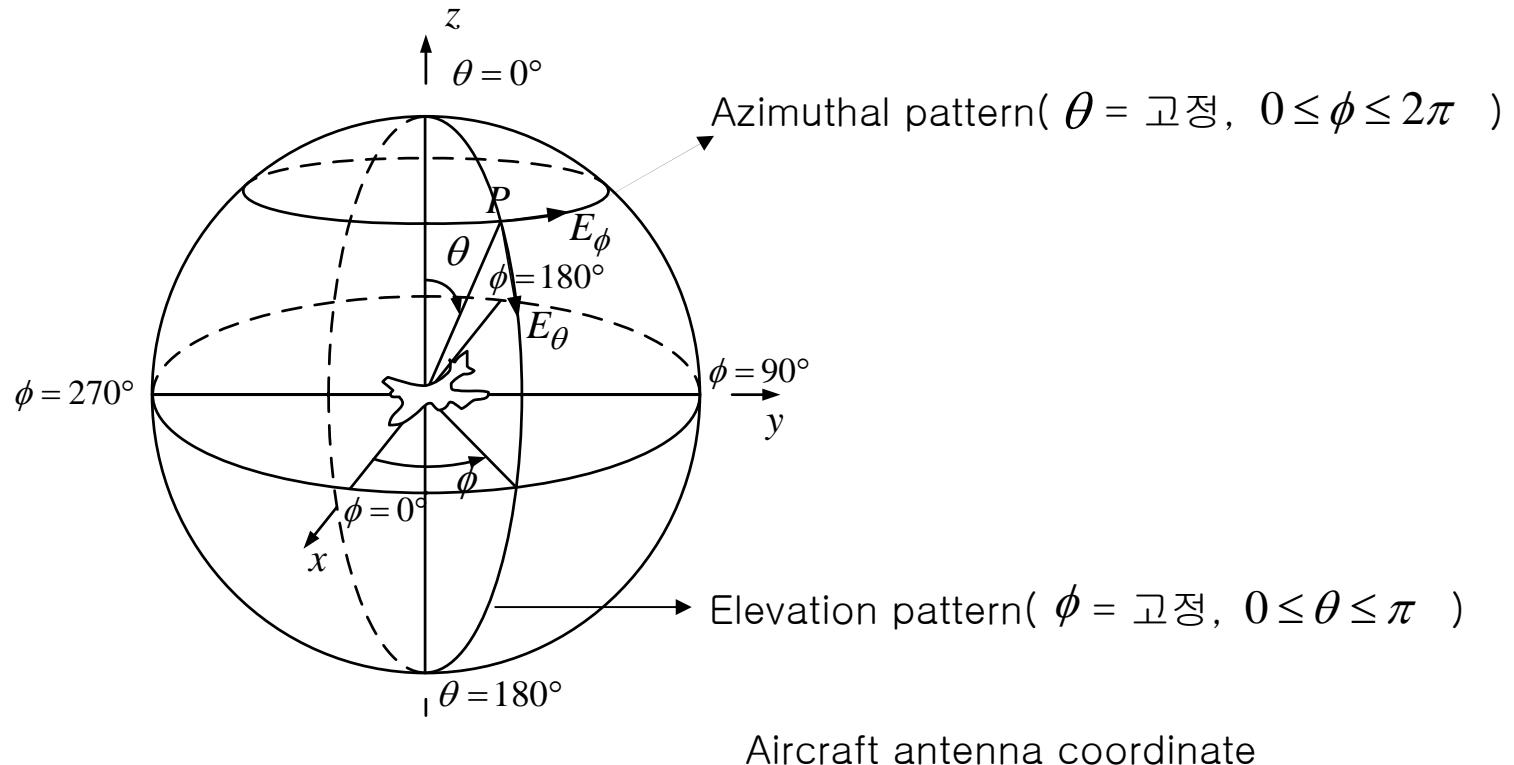
\vec{v} ; polarization vector (unit vector)

아래 그림은 standard spherical polar coordinate system을 나타낸다.



보통, amplitude radiation pattern $|f(\theta, \phi)|$ 를 측정하고, polarization(편파) vector는 2개 성분의 independent component로 표현되기 때문에, 예를 들면 \vec{a}_θ 와 \vec{a}_ϕ 로 표현되므로 두 개의 independent polarization에 대응되는 두 종류의 radiation pattern을 측정한다.

아래 그림은 antenna가 장착되어있는 aircraft의 radiation pattern을 위한 좌표계를 보여주고 있다.



기본적인 pattern cut은

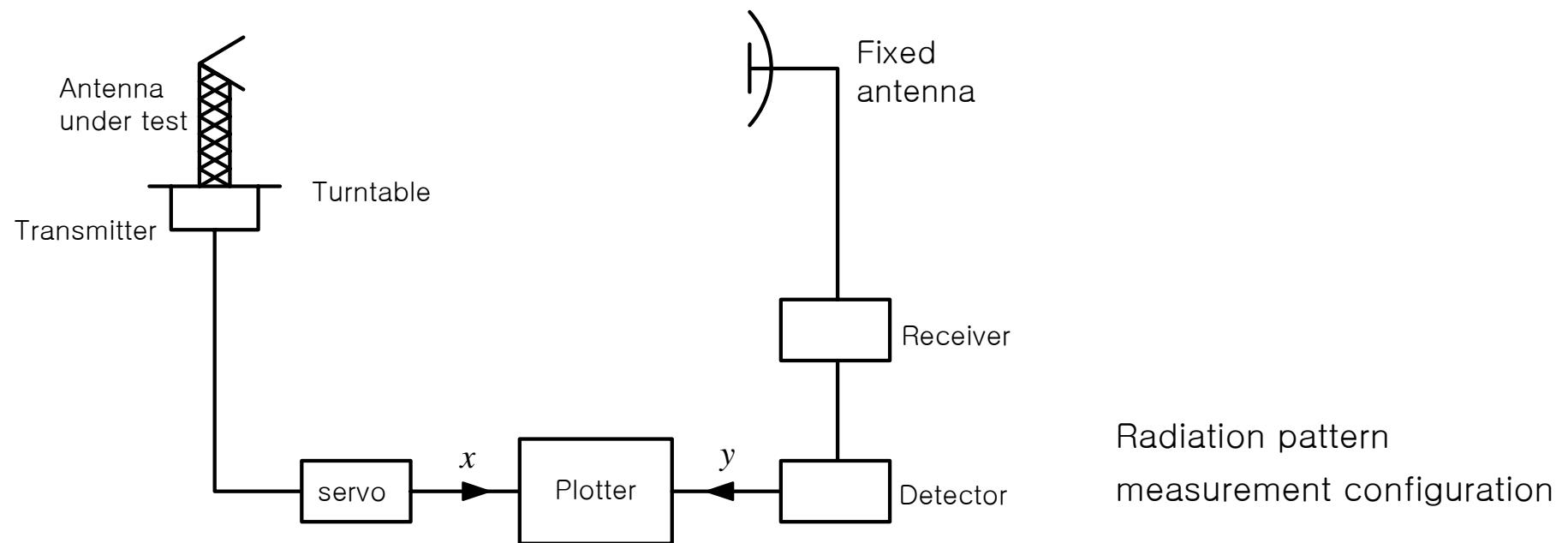
- i) azimuth $x-y$ plane, ii) role $y-z$ plane, iii) pitch $x-z$ plane.

특히, 회전 평면 $x-y$ 평면을 기준으로 하여 V(vertical)편파와 H(horizontal) 편파로 사용하기도 한다.

이런 경우 azimuth plane cut에서 $E_v = E_\theta$, $E_H = E_\phi$ 가 된다. 물론 roll plane과 pitch plane에서는 $E_v \neq E_\theta$, $E_H \neq E_\phi$ 이다.

이미 논의한 바와 같이 안테나 pattern은 three dimensional인데 실제로 번거러움이 있다. 따라서 minimum number of two-dimensional pattern을 자주 사용하게 되는데, 대표적인 예가 서로 수직인 E-plane pattern과 H-plane pattern(minimum number=2)이다.
이러한 two-dimensional pattern을 pattern-cut 이라 칭한다.

Typical equipment configuration for radiation pattern measurement



보통 plane pattern cut에 대하여 수직한 축을 중심으로, turntable에 고정된 피측정 안테나를 회전하면서 radiation pattern을 측정한다. 가령 예를 들어 aircraft의 nose를 위로 향하게 하고 회전시키면서 pattern을 얻게되면, role-plane cut pattern을 얻게 된다.

– 피측정 안테나(antenna under test)를 송신모드 또는, 이와 반대로, 수신모드로 해도 reciprocity에 의해서 동일한 radiation pattern을 얻는데 실험적으로 용이한 선택을 하면 된다.

Radiation pattern measurement에서의 potential error source

- i) support and cables attached to the antenna
- ii) finite distance
- iii) reflections from the ground or surrounding objects.

∴ 가능한 한, 나무 또는 fiber glass로 된 minimum support structure가 사용되어야 한다.

- Support structure can affect the pattern in two ways.
 - a) by reflection or scattering of the radiation
 - b) by directly perturbing the radiation pattern by altering the current distribution on the antenna.
- Effects due to cables can sometimes be diagnosed by varying the cable run to the antenna
- In some cases, it is impossible to attach a battery–driven oscillator to the antenna
 - ex) inside an aircraft model.
(∵ cable 연결이 필요하지 않게 되므로).

In order to obtain accurate far field radiation patterns, the range length R needs to be sufficiently large. [2가지 방법]

i) $R > 2(d_1^2 + d_2^2)/\lambda$ for plane wavefront. Note) 피측정 수신용 안테나 위치에서의 입사파가 평면파에 가까워야 하므로.

여기에서 d_1 ; the largest linear dimension of the antenna under test

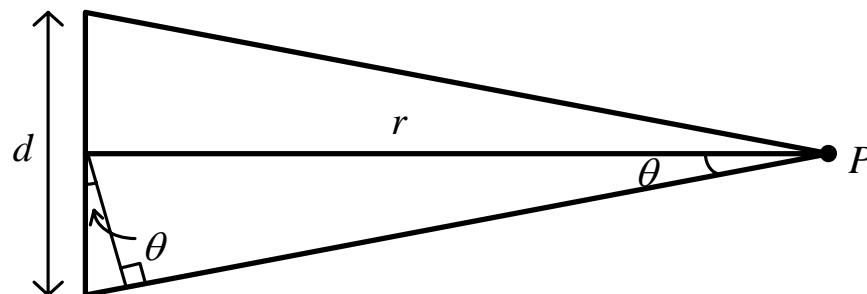
d_2 ; the largest dimension of the other antenna

$R > 2(d_1^2 + d_2^2)/\lambda$; Rayleigh criterion.

↳ This ensures that the phase deviations from a plane wavefront are within $\pm 22.5^\circ$

– Review on the “Rayleigh criterion.”

consider the following geometry;



여기에서 P; a point source radiator as a transmitter

d; a linear aperture dimension d of the receiving antenna

The variation of phase across the aperture:

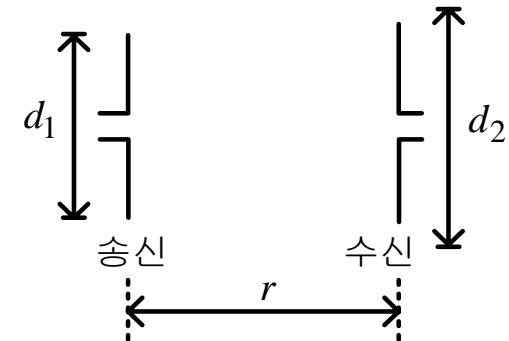
$$\delta\phi = \frac{d}{2} \sin \theta \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cong \frac{d}{2} \cdot \theta \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi d}{\lambda} \cdot \underbrace{\frac{d/2}{r}}_{\theta} = \frac{\pi d^2}{2\lambda r} < \frac{\pi}{4} \quad \therefore r \geq \frac{2d^2}{\lambda} \quad \leftarrow (\because \sin \theta = \theta, \text{ for small } \theta\right)$$

여기서 $r (= 2d^2/\lambda)$ 을 Rayleigh distance라고 한다.

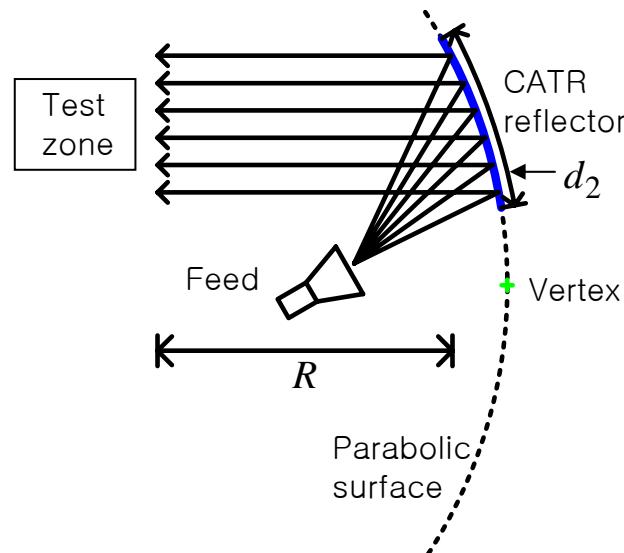
만일, 송수신 안테나가 어떤 거리 r 로서 떨어져 있다고 하자.

거리 r 이 Rayleigh condition을 만족하기 위해서는

$$r > 2(d_1^2 + d_2^2)/\lambda.$$



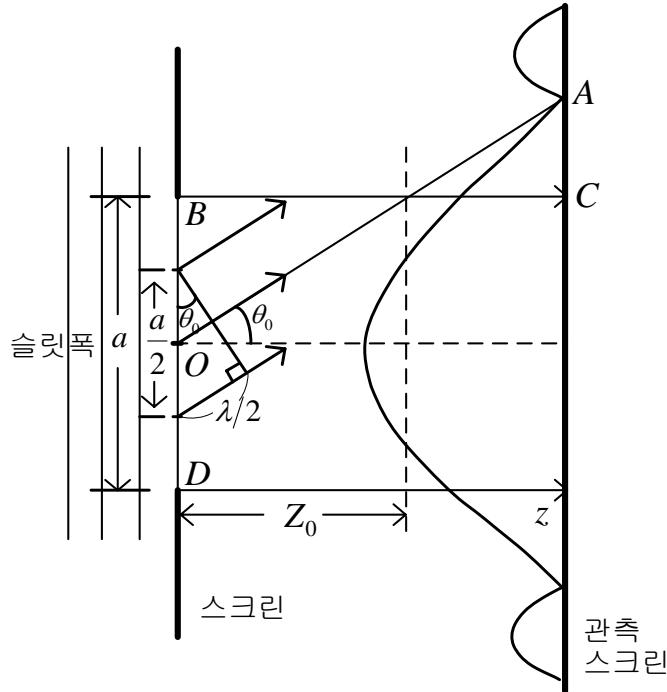
ii) An alternative method adopted in a compact range (where d_2 is chosen to be large) (using reflector antenna) such that $R \ll 2d_2^2/\lambda$ and the wavefront is again approximately plane.



A Compact Antenna Test Range (CATR) synthesizes planar phasefronts by collimating spherical waves with a section of paraboloidal reflector.

앞에서 다룬 Rayleigh distancee $r = \left(2d_2^2 / \lambda \right)$ 은 slit에 의한 diffraction 문제에서도 다루어 본 결과식과 동일하다. [참조 : 안테나 공학 | 4-2절 참조]

-Fraunhofer region boundary



- i) 첫번째 어두운 회절무늬 (first null); point A에 해당.
 $\rightarrow \sin \theta_0 = \lambda/a.$

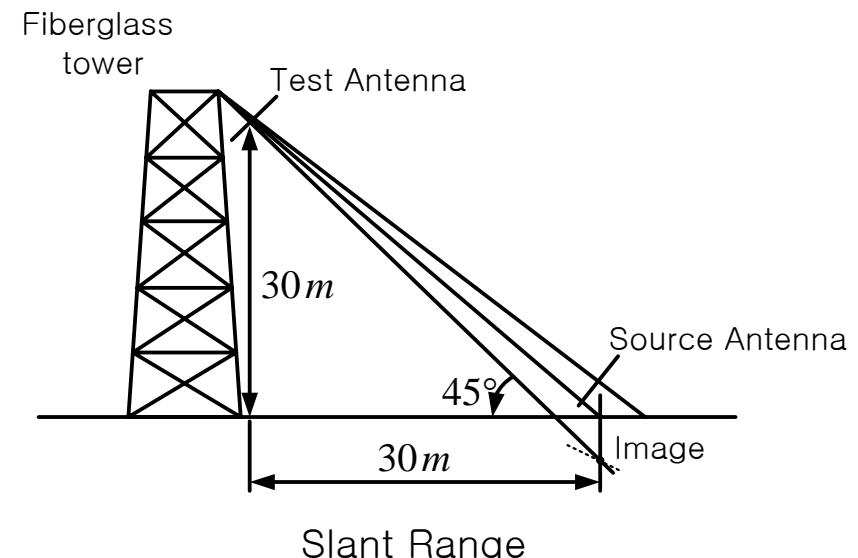
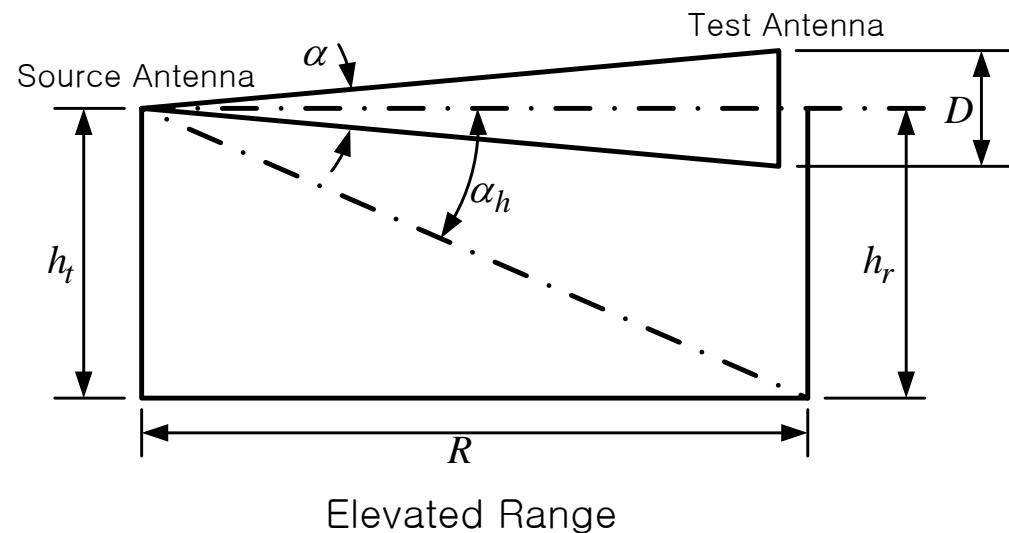
ii) $\tan \theta_0 = a/2Z_0$ $\frac{\sin \theta_0}{\cos \theta_0} \cong \sin \theta_0 (\because \cos \theta_0 \cong 1).$
 $\rightarrow \sin \theta_0 \cong \tan \theta_0$ (for small θ_0)
 $\therefore \lambda/a = a/2Z_0 \Rightarrow Z_0 = a^2/2\lambda$ ← 안테나 실험시 far field (Fraunhofer region)의 boundary 표현식과 동일.

iii) $\begin{cases} \text{For } Z \ll Z_0, \text{ 기하광학 (geometrical optics)} \\ \text{For } Z \gg Z_0, \text{ 물리광학 (physical optics)} \end{cases}$
 또는 Fraunhofer diffraction theory.

★ It is interesting to note that the above two other finite distance criteria are the same to each other. The radiation pattern measurements should be based on the direct signal between the two antennas. Any indirect signal paths, such as a reflection from the ground, create errors in the measured pattern. Most antenna range (which is a facility used to measure antenna radiation characteristics) are designed to have strong direct illumination of the test antenna with weak indirect illumination.

Antenna ranges

- i) elevated range
- ii) slant range
- iii) anechoic chamber (RAM : Radio absorbent material)
- iv) compact range
- v) near-field range



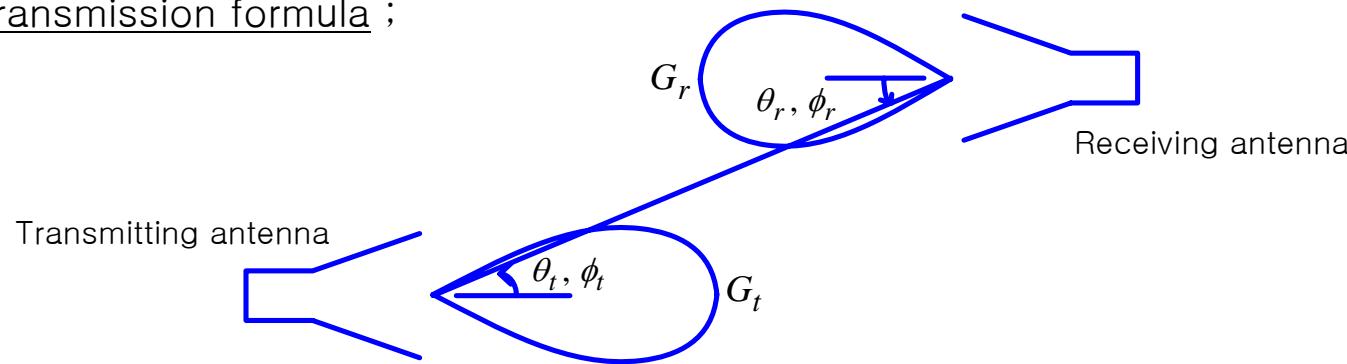
Geometries of elevated and slant range.

- Ref. for elevated range ; IEEE Standard Test Procedures for Antennas, IEEE Std 149-1979, published by IEEE, inc., 1979.
- Ref. for slant range ; P. W. Arnorld, “The ‘slant’ Antenna Range” IEEE Trans. Antenna Propagation, Vol. AP-14, No.5, pp.658 – 659, Sep. 1966.

3-3. Gain measurements

-Basis of the gain measurement methods.

Friis transmission formula :



A transmitting and receiving system in the communication link.

$$\begin{aligned} \frac{P_r}{P_t} &= p(1 - |\Gamma_t|^2)(1 - |\Gamma_r|^2) \left(\frac{\lambda_0}{4\pi r} \right)^2 \cdot G_t(\theta_t, \phi_t) \cdot G_r(\theta_r, \phi_r) \\ &= \frac{|\vec{h} \cdot \vec{E}_i|^2}{|\vec{h}|^2 \cdot |\vec{E}_i|^2}, \quad P ; \text{ polarization mismatch factor} \end{aligned}$$

$G_t(\theta_t, \phi_t)$; gain of the transmitting antenna in the direction of the receiving antenna,
 (θ_t, ϕ_t) ; position angles of the receiving antenna relative to the transmitting antenna,
 Γ_t ; reflection coefficient in the feed line,
 $P_t(1 - |\Gamma_t|^2)$; total radiated power.

$$\underbrace{P_t(1 - |\Gamma_t|^2) \frac{1}{4\pi r^2} \cdot G_t(\theta_t, \phi_t)}_{P_{inc}} ; \text{ power density per unit area in the direction of the receiving antenna a distance } r \text{ away,}$$

Γ_r ; input reflection coefficient for the receiving antenna,

$G_r(\theta_r, \phi_r)$; gain of the receiving antenna in the direction of the transmitting antenna,

P_r ; received power in the receiving antenna,

$$= (1 - |\Gamma_r|^2) A_e P_{inc} = (1 - |\Gamma_r|^2) \underbrace{\frac{\lambda_0^2}{4\pi} G_r(\theta_r, \phi_r)}_{A_e} P_{inc}$$

여기에서 A_e : effective receiving cross section (area).

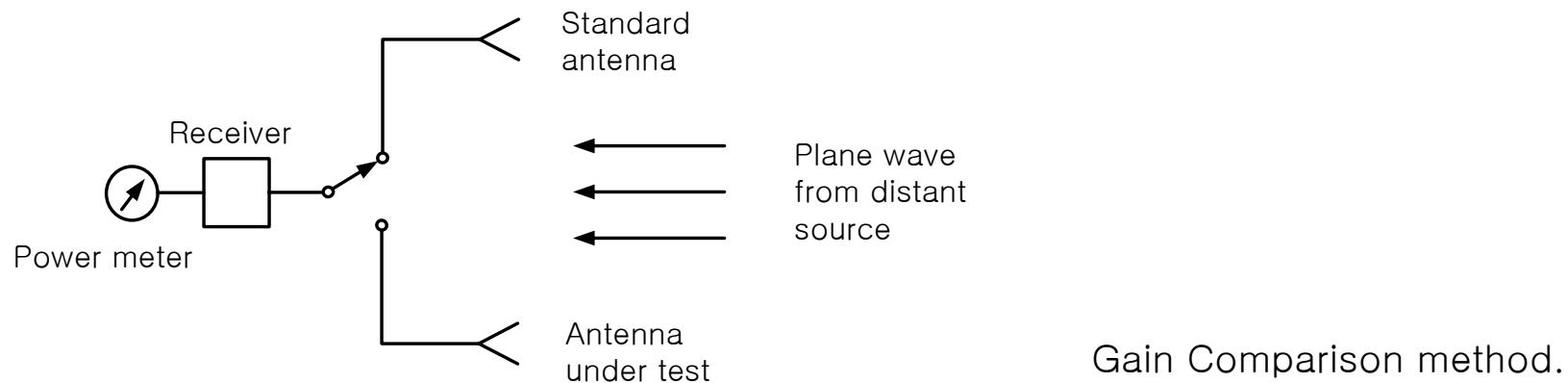
만일에 송수신 안테나가 maximum signal이 수신되도록 배치되어 있어서, impedance match와 polarization match가 되어 있다고 가정하면,

$$\frac{P_r}{P_t} = G_t \cdot G_r \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2.$$

Two methods for the gain measurements

- i) Gain-transfer (Gain-comparison) measurements
- ii) Absolute-gain measurements

i) Gain-transfer (Gain-comparison) measurements → comparison method



-A standard antenna of known gain is used, where the gain has been established either by previous calibration or by theoretical calculation.

The received signal level with the standard antenna is recorded ; the unknown is then switched to or substituted, and gain or attenuation inserted to obtain the same level. This G then measures the difference in gain.

The two representative antennas as gain standards

1. resonant $\lambda/2$ dipole (with a gain of about 2.1dB)
2. Pyramidal horn antenna (with a gain ranging from 12~25dB)

Note) Pyramidal horn antenna 의 경우가 directivity가 상당히 좋으므로 주변환경(surrounding environment)의 영향을 훨씬 덜 받는다.

ii)Absolute-gain measurements

- 송수신 안테나 간의 거리가 r 이고 far-field criterion을 만족하고 polarization match와 impedance match가 되어 있고 maximum directional radiation이 이뤄지도록 align되어 있다고 가정.
- 이 경우, Friis의 전달 공식;

$$\frac{P_r}{P_t} = G_t \cdot G_r \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 ,$$

이를 logarithmic decibel 형태로 표현하면,

$$G_t \cdot G_r]_{dB} = \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 \cdot \frac{P_r}{P_t}]_{dB} \rightarrow (G_t)_{dB} + (G_r)_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{P_r}{P_t} \right)$$

- 여기에서 $(G_t)_{dB}$; gain of the transmitting antenna (dB),
 $(G_r)_{dB}$; gain of the receiving antenna (dB),
 P_r ; received power (W),
 P_t ; transmitted power (W),
 r ; antenna separation (m),
 λ ; operating wavelength (m).

A. Two-Antenna Method

만일 송수신 안테나의 gain (이득)이 동일하다면 즉 $G_t = G_r$,

이 경우

$$(G_t)_{dB} = (G_r)_{dB},$$

$$\therefore 2(G_t)_{dB} = 2(G_r)_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{P_r}{P_t}\right)$$

$$\therefore (G_t)_{dB} = (G_r)_{dB} = \frac{1}{2} \left[20\log_{10}\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{P_r}{P_t}\right) \right]$$

이 식을 이용하여 거리 r , 파장 λ 와 $\frac{P_r}{P_t}$ 의 비를 측정함으로써 안테나의 gain을 얻을 수 있다.

B. Three-Antenna Method

만일에 측정시스템에서 두 안테나가 동일하지 않으면 3개의 안테나를 사용하여 세 번의 실험을 통하여, 각 안테나의 gain을 얻는다.

세 개의 안테나 a, b, c가 있다고 하자.

이들 중 2개의 안테나를 선택하여 송수신용으로 해서, 앞에서 사용한 Friis의 전달 공식(in dB)

$$(G_t)_{dB} + (G_r)_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{P_r}{P_t}\right) 을 사용하면$$

$$(a-b \text{ 조합}) \quad (G_a)_{dB} + (G_b)_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{P_{rb}}{P_{ta}}\right)$$

$$(a-c \text{ 조합}) \quad (G_a)_{dB} + (G_c)_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{P_{rc}}{P_{ta}}\right)$$

$$(b-c \text{ 조합}) \quad (G_b)_{dB} + (G_c)_{dB} = 20\log_{10}\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right) + 10\log_{10}\left(\frac{P_{rc}}{P_{tb}}\right)$$

위의 3식에서 r, λ 와 $\left(\frac{P_{rb}}{P_{ta}}\right), \left(\frac{P_{rc}}{P_{ta}}\right), \left(\frac{P_{rc}}{P_{tb}}\right)$ 의 비를 측정하면 미지수 3, 조건 3이 되어 안테나 a, b, c의 각 gain을 얻게 된다.

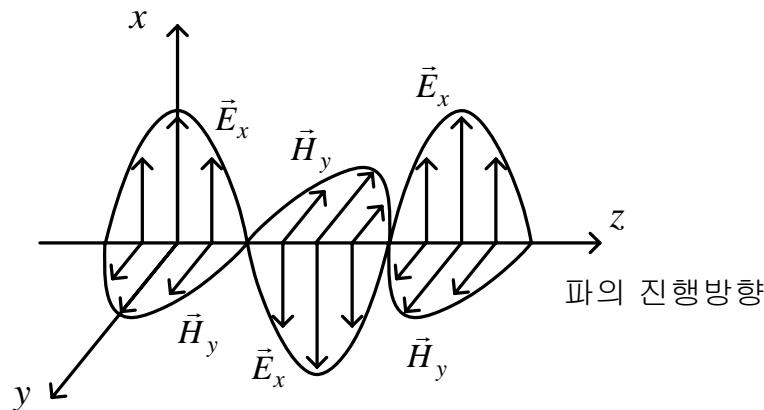
지금 논의한 two-antenna method와 three-antenna method는 다음과 같은 error를 포함하기 쉬우므로 다음 사항에 유의해야 한다.

- i) the system is frequency stable,
- ii) the antennas meet the far field criteria $R > \frac{2D^2}{\lambda}$,
- iii) the antennas are aligned for boresight radiation,
- iv) all the components are impedance and polarization matched,
- v) there is a minimum of proximity effects and multipath interference.

3-4. Polarization measurements

전자파의 일반적인 편파형태는 타원형 편파(elliptical polarization)이다. 선형편파(linear polarization)나 원형편파(circular polarization)는 타원형 편파의 special case에 해당된다. 여기에서 는 안테나 공학 I에서 다룬 편파의 개념을 좀 더 심도있게 다루어 보기로 한다. [참조 : 안테나 공학 I . 1-12절] 먼저 가장 단순한 편파 형태인 선형 편파와 원형 편파에 대하여 복습해 본다.

- 선형편파(Linear polarization)



; 진행방향으로 진행하여 가면서 전계
(또한 자계도) \vec{E}_x 의 방향이 일정한 편파.

→ Note) 전계의 편파방향이 기준.

Note) $\vec{E}(z) = E_{ox} e^{-jk_0 z} \vec{a}_x$ (in phasor notation)

- 원형편파(Circular polarization)

; 진행방향으로 파가 진행해 가면서 전계 벡터 \vec{E} 의 방향이 회전하도록 만들어 준 경우,

ex) $\vec{E}(z) = E_{ox} e^{-jk_0 z} \vec{a}_x - jE_{oy} e^{-jk_0 z} \vec{a}_y$, 편의상 E_{ox} 와 E_{oy} 를 실수(real)로 가정하면,

$$\vec{E}(z,t) = \text{Re}\{\vec{E}(z)e^{j\omega t}\}$$

$$= E_{0x} \cos(\omega t - k_0 z) \vec{a}_x + E_{0y} \sin(\omega t - k_0 z) \vec{a}_y$$

$$= E_{0x} \cos[k_0(z - (\omega/k_0)t)] \vec{a}_x - E_{0y} \sin[k_0(z - (\omega/k_0)t)] \vec{a}_y$$

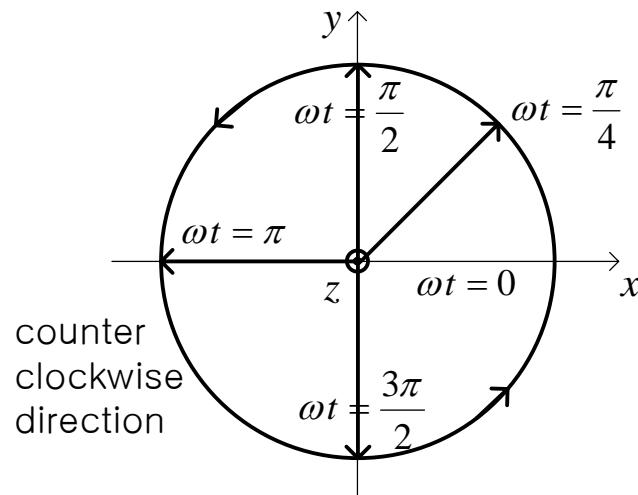
$t = 0$ 인 시점에서

$$\vec{E}(z, 0) = E_{0x} \cos(k_0 z) \vec{a}_x - E_{0y} \sin(k_0 z) \vec{a}_y,$$

$z = 0$ 인 지점에서

$$\vec{E}(0, t) = E_{0x} \cos(\omega t) \vec{a}_x + E_{0y} \sin(\omega t) \vec{a}_y \text{이 되므로 이를 도해(圖解)하면,}$$

$$\vec{E}(0, t) = E_{0x} \cos(\omega t) \vec{a}_x + E_{0y} \sin(\omega t) \vec{a}_y$$



$E_{0x} = E_{0y} = 1$ 인 간단한 경우를 살펴보면

$x-y$ 평면상에서 원의 궤적을 따라 반시계 방향으로 회전

그림에서 원형궤적을 운전대(wheel)로 생각하고 운전대 뒤쪽좌석에 앉아서 진행방향 (+z 방향)으로 주행하고 있다고 가정하자. 우회전에 해당되지 않는가? 이런 의미에서 right-handed circularly polarized wave(右旋 편파) 또는 positive circularly polarized wave.

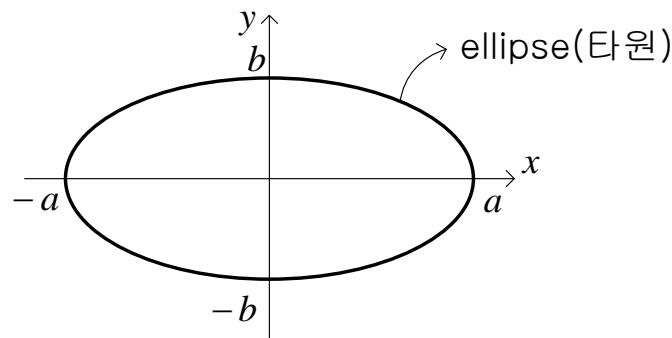
계속해서 전계 벡터의 화살표 끝점(tip)이 만드는 궤적이 어떠한 도형을 만드는가를 살펴보자.

$$\vec{E}(0,t) = \underbrace{E_{0x} \cos(\omega t)}_{E_x(0,t)} \vec{a}_x + \underbrace{E_{0y} \sin(\omega t)}_{E_y(0,t)} \vec{a}_y = E_x(0,t) \vec{a}_x + E_y(0,t) \vec{a}_y .$$

$$\therefore \cos \omega t = E_x(0,t)/E_{0x}, \quad \sin \omega t = E_y(0,t)/E_{0y}$$

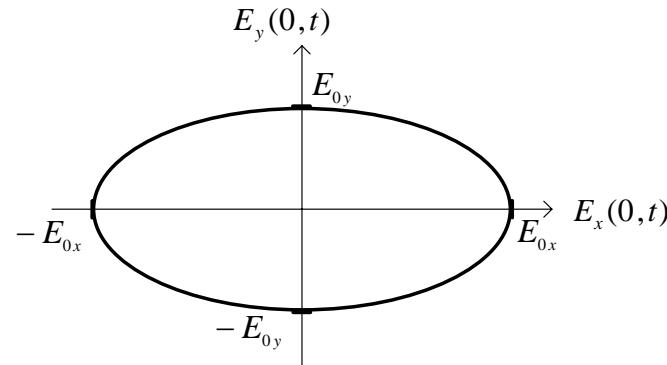
$$\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = 1 \text{ 이므로, } \left\{ E_x(0,t)/E_{0x} \right\}^2 + \left\{ E_y(0,t)/E_{0y} \right\}^2 = 1$$

$$(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1, \quad \left\{ E_x(0,t)/E_{0x} \right\}^2 + \left\{ E_y(0,t)/E_{0y} \right\}^2 = 1$$



$E_{0x} \neq E_{0y}$; elliptical polarized(타원편파),

$E_{0x} = E_{0y}$; circularly polarized(원형편파).



Remind) 원래 표현식 $\vec{E}(z) = E_{0x} e^{-jk_0 z} \vec{a}_x - j E_{0y} e^{-jk_0 z} \vec{a}_y$ 로 부터, $-j = e^{-j\pi/2}$ 이므로 y 방향의 전계 성분 $-j E_{0y} e^{-jk_0 z}$ 은 x 방향의 전계 성분 $E_{0x} e^{-jk_0 z}$ 에 비하여 90° ($=\pi/2$)의 위상 차이가 있음을 의미한다.

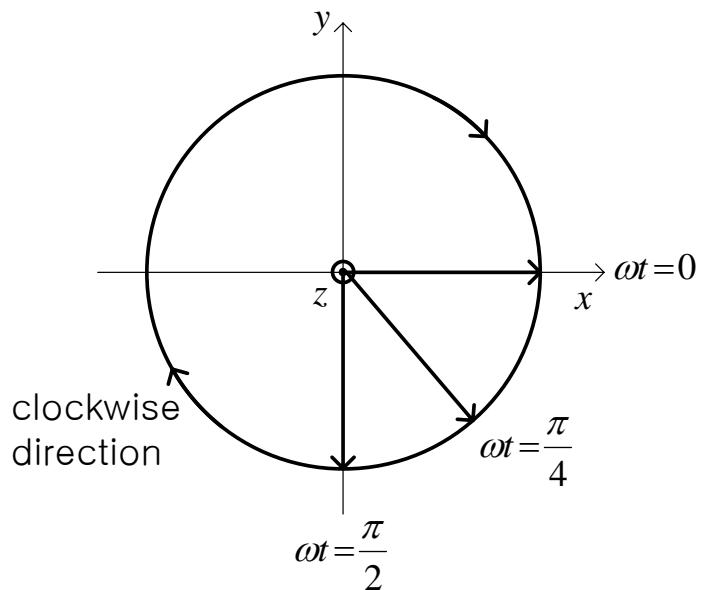
만일에 y 방향 성분 전계가 x 방향 성분 전계에 비하여 90° 의 위상이 앞서 있다고 하면

$$\therefore \underbrace{\vec{E}(z)}_{\text{phasor}} = E_{0x} e^{-jk_0 z} \vec{a}_x + j E_{0y} e^{-jk_0 z} \vec{a}_y.$$

phasor (여기에서 편의상 E_{0x} , E_{0y} 는 실수로 가정)

$$\text{순시지 } \vec{E}(z, t) = \operatorname{Re}\left\{ \vec{E}(z) e^{j\omega t} \right\} = E_{0x} \cos(\omega t - k_0 z) \vec{a}_x - E_{0y} \sin(\omega t - k_0 z) \vec{a}_y$$

$$\therefore \vec{E}(0, t) = E_{0x} \cos(\omega t) \vec{a}_x - E_{0y} \sin(\omega t) \vec{a}_y$$



$$; E_{0x} = E_{0y} = 1$$

원형편파(circular polarization)

운전석에서 $+z$ 방향을 보고 운전대의 회전

방향을 생각하면 좌회전에 해당

→ left-handed circularly polarization(左旋편파)

ex) 무궁화 위성 방송용

$$; E_{0x} \neq E_{0y}$$

타원편파(elliptical polarization)

지금까지 우선(右旋)편파와 좌선(左旋)편파의 두 가지 종류에 대한 원형편파를 다루어 보았는데,

i) $\vec{E}(z) = E_{0x} e^{-jk_0 z} \vec{a}_x - jE_{0y} e^{-jk_0 z} \vec{a}_y$

; y 방향성분의 전계의 위상이 x 방향성분 전계의 위상에 비하여 $90^\circ (= \pi/2)$ 지연된 경우,
 → 우선(右旋)편파

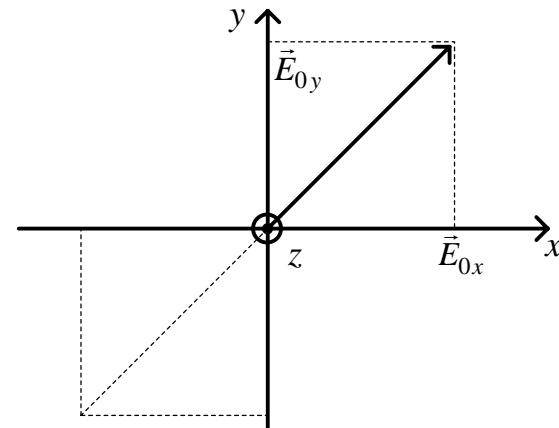
ii) $\vec{E}(z) = E_{0x} e^{-jk_0 z} \vec{a}_x + jE_{0y} e^{-jk_0 z} \vec{a}_y$

; y 방향성분의 전계의 위상이 x 방향성분 전계의 위상에 비하여 $90^\circ (= \pi/2)$ 앞선 경우,
 → 좌선(左旋)편파

summary : $E_{0x} = E_{0y}$ 이고, y 방향성분 전계의 위상이
 x 방향 전계의 위상과 $\pm 90^\circ (\pm \pi/2)$ 차이
 가 있을 때
 → 원형편파(circular polarization)

question : 만일에 y 방향 성분의 전계와 x 방향 전계
 간에 위상차이가 없으면 어떤 편파가 될까?

$$\vec{E}(z) = E_{0x} e^{-jk_0 z} \vec{a}_x + E_{0y} e^{-jk_0 z} \vec{a}_y$$



일반적인 선형편파

Ans : 선형 편파 (옆 그림 참조)

question ; 우리는 앞에서 x 방향성분 전계와 y 방향성분 전계의 위상간에 0° (선형편파), $\pm 90^\circ$

(원형편파)의 위상차이가 있는 경우를 다루어 보았다. 가장 일반적인 경우로서

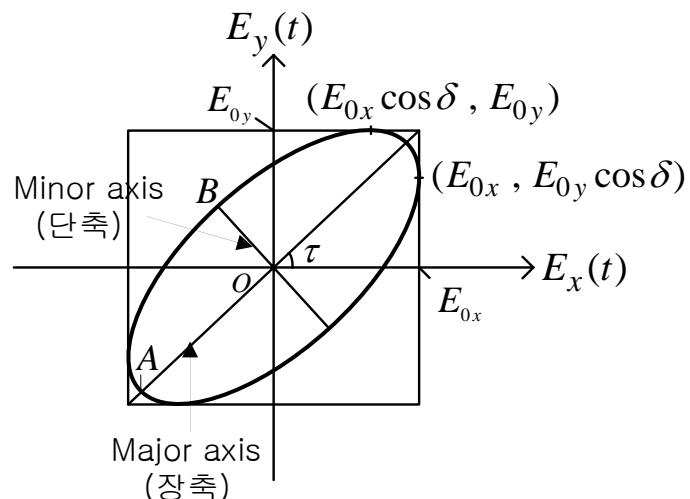
$$\vec{E}(z) = \underbrace{E_{0x} e^{j\delta_x}}_{E_x} e^{-jk_0 z} \vec{a}_x + \underbrace{E_{0y} e^{j\delta_y}}_{E_y} e^{-jk_0 z} \vec{a}_y \quad \text{로 표현되는 경우를 생각해 보자.}$$

(편의상 E_{0x} 와 E_{0y} 는 양의 실수로 가정.)

먼저 편파비(polarization ratio) P 를 정의하면

$$P = E_y / E_x = (E_{0y} / E_{0x}) \cdot e^{j(\delta_y - \delta_x)} = \underbrace{(E_{0y} / E_{0x}) \cdot e^{j\delta}}_{|P|}, \text{where } \delta = \delta_y - \delta_x \text{ 이 되고,}$$

이로부터 y 성분 전계의 위상이 x 방향 전계의 위상보다 δ [rad]만큼 앞서 있다고 볼 수 있다.



- AR (Axial ratio : 측비)
 $= OA / OB \quad (1 \leq AR \leq \infty)$
- Tilt angle of the ellipse τ .

$$\tan 2\tau = \frac{2E_{0x} E_{0y} \cos \delta}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}.$$

– $\tan 2\tau = \frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \delta}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}$ 의 증명 과정

지금 다루고 있는 가장 일반적인 경우로서

$$E(z) = \underbrace{E_x e^{j\delta_x}}_{E_x} e^{-jk_0 z} \vec{a}_x + \underbrace{E_y e^{j\delta_y}}_{E_y} e^{-jk_0 z} \vec{a}_y \quad (\text{여기에서 } E_{0x} \text{와 } E_{0y} \text{를 편의상 실수로 가정})$$

로부터 $z=0$ 에서 순시자 $E_x(t)$ 와 $E_y(t)$ 를 구하면

$$E_x(t) = \operatorname{Re}\{E_x e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{E_{0x} e^{j\delta_x} e^{j\omega t}\} = E_{0x} \cos(\omega t + \delta_x) \quad \dots (1)$$

$$E_y(t) = \operatorname{Re}\{E_y e^{j\omega t}\} = \operatorname{Re}\{E_{0y} e^{j\delta_y} e^{j\omega t}\} = E_{0y} \cos(\omega t + \delta_y) \quad \dots (2)$$

(1)식과 (2)식으로부터

$$\frac{E_x(t)}{E_{0x}} = \cos \omega t \cos \delta_x - \sin \omega t \sin \delta_x \quad \dots (3)$$

$$\frac{E_y(t)}{E_{0y}} = \cos \omega t \cos \delta_y - \sin \omega t \sin \delta_y \quad \dots (4)$$

계속해서,

$$(3) \times \cos \delta_y - (4) \times \cos \delta_x;$$

$$\frac{E_x(t) \cos \delta_y}{E_{0x}} - \frac{E_y(t) \cos \delta_x}{E_{0y}} = \sin \omega t \cdot (\sin \delta_y \cos \delta_x - \cos \delta_y \sin \delta_x) = \sin \omega t \cdot \underbrace{\sin(\delta_y - \delta_x)}_{\delta} = \sin \omega t \cdot \sin \delta \quad \dots(5)$$

여기에서 $\delta = \delta_y - \delta_x$ 이다. 마찬가지 방식으로 $(3) \times \sin \delta_y - (4) \times \sin \delta_x$;

$$\frac{E_x(t) \sin \delta_y}{E_{0x}} - \frac{E_y(t) \sin \delta_x}{E_{0y}} = \cos \omega t \cdot (\sin \delta_y \cos \delta_x - \cos \delta_y \sin \delta_x) = \cos \omega t \cdot \underbrace{\sin(\delta_y - \delta_x)}_{\delta} = \cos \omega t \cdot \sin \delta \quad \dots(6)$$

$$(5)^2 + (6)^2;$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{E_x(t) \cos \delta_y}{E_{0x}} - \frac{E_y(t) \cos \delta_x}{E_{0y}} \right\}^2 + \left\{ \frac{E_x(t) \sin \delta_y}{E_{0x}} - \frac{E_y(t) \sin \delta_x}{E_{0y}} \right\}^2 \\ &= (\sin \omega t \sin \delta)^2 + (\cos \omega t \sin \delta)^2 = \underbrace{(\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t)}_{=1} \sin^2 \delta = \sin^2 \delta \\ & \therefore \left\{ \frac{E_x(t)}{E_{0x}} \right\}^2 + \left\{ \frac{E_y(t)}{E_{0y}} \right\}^2 - 2 \left\{ \frac{E_x(t)}{E_{0x}} \right\} \cdot \left\{ \frac{E_y(t)}{E_{0y}} \right\} \cdot \underbrace{(\cos \delta_y \cos \delta_x + \sin \delta_y \sin \delta_x)}_{\cos(\delta_y - \delta_x) = \cos \delta} \\ &= \left\{ \frac{E_x(t)}{E_{0x}} \right\}^2 + \left\{ \frac{E_y(t)}{E_{0y}} \right\}^2 - 2 \left\{ \frac{E_x(t)}{E_{0x}} \right\} \cdot \left\{ \frac{E_y(t)}{E_{0y}} \right\} \cdot \cos \delta = \sin^2 \delta. \end{aligned} \quad \dots(7)$$

$$(7)^2 \times (E_{0y})^2 ;$$

$$; \left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right)^2 \cdot \{ E_x(t) \}^2 + \{ E_y(t) \}^2 - 2 \left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right) \cdot \{ E_x(t) \} \cdot \{ E_y(t) \} \cdot \cos \delta = \underbrace{(E_{0y})^2}_{(|P|E_{0x})^2} \sin^2 \delta$$

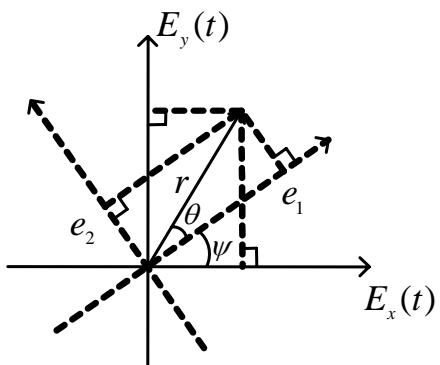
여기에서 $\frac{E_{0y}}{E_{0x}} = |P|$

$$\therefore \underbrace{|P|^2 \cdot \{ E_x(t) \}^2 - 2|P| \cdot \{ E_x(t) \} \cdot \{ E_y(t) \} \cos \delta + \{ E_y(t) \}^2}_{\Downarrow \text{ general form}} = |P|^2 E_{0x}^2 \cdot \sin^2 \delta \quad \dots(8)$$

$$\therefore \underbrace{A \{ E_x(t) \}^2 + B \{ E_x(t) \} \cdot \{ E_y(t) \} + C \{ E_y(t) \}^2}_{\text{Conic section, where } A=|P|^2, B=-2|P|\cos\delta, C=1, D=|P|^2 E_{0x}^2 \cdot \sin^2 \delta} = D \quad \dots(9)$$

Conic section, where $A=|P|^2$, $B=-2|P|\cos\delta$, $C=1$, $D=|P|^2 E_{0x}^2 \cdot \sin^2 \delta$

$$\left. \begin{array}{l} B^2 - 4AC = 0 \text{ ; a parabola} \\ B^2 - 4AC > 0 \text{ ; a hyperbola} \\ B^2 - 4AC < 0 \text{ ; a ellipse} \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} B^2 - 4AC &= (-2|P|\cos\delta)^2 - 4|P|^2 \\ &= -4|P|^2 (1 - \cos^2 \delta) \\ &= -4|P|^2 \sin^2 \delta < 0 \\ \therefore \text{ellipse.} \end{aligned}$$



$$r \cos(\theta + \psi) = E_x(t), \quad r \sin(\theta + \psi) = E_y(t),$$

$$\therefore \underbrace{r \cos \theta \cos \psi}_{e_1} - \underbrace{r \sin \theta \sin \psi}_{e_2} = E_x(t),$$

$$\text{and } \underbrace{r \sin \theta \cos \psi}_{e_2} + \underbrace{r \cos \theta \sin \psi}_{e_1} = E_y(t).$$

$$\left. \begin{array}{l} \therefore e_1 \cos \psi - e_2 \sin \psi = E_x(t) \\ e_2 \cos \psi + e_1 \sin \psi = E_y(t) \end{array} \right\} \dots(10)$$

(10)식을 (9)식에 代入하여 정리하면,

$$A\underbrace{(e_1 \cos \psi - e_2 \sin \psi)^2}_{E_x} + B\underbrace{(e_1 \cos \psi - e_2 \sin \psi)(e_2 \cos \psi + e_1 \sin \psi)}_{E_x} + C\underbrace{(e_2 \cos \psi + e_1 \sin \psi)^2}_{E_y} = D.$$

계속 정리하면

$$\begin{aligned} & Ae_1 e_2 \sin 2\psi \\ & A e_1^2 \cos^2 \psi + A e_2^2 \sin^2 \psi - \underbrace{2A e_1 e_2 \cos \psi \sin \psi}_{Be_1 e_2 \cos 2\psi} \\ & + Be_1^2 \cos \psi \sin \psi - Be_2^2 \sin \psi \cos \psi + Be_1 e_2 \cos^2 \psi - Be_1 e_2 \sin^2 \psi \\ & + Ce_2^2 \cos^2 \psi + Ce_1^2 \sin^2 \psi + \underbrace{2Ce_1 e_2 \cos \psi \sin \psi}_{Ce_1 e_2 \sin 2\psi} = D \\ & = (\underbrace{A \cos^2 \psi + B \cos \psi \sin \psi + C \sin^2 \psi}_{\alpha}) e_1^2 + (\underbrace{A \sin^2 \psi - B \sin \psi \cos \psi + C \cos^2 \psi}_{\beta}) e_2^2 \\ & + (\underbrace{B \cos^2 \psi - B \sin^2 \psi + C \sin 2\psi - A \sin 2\psi}_{B \cos 2\psi}) e_1 e_2 = D \end{aligned}$$

$B \cos 2\psi + (C - A) \sin 2\psi = 0$ 이 되어야 $\alpha e_1^2 + \beta e_2^2 = D$ 의 형태가 되어 앞의 그림에서

$e_1 - e_2$ 좌표계 상에서 장축과 단축이 e_1 과 e_2 에 해당되는 타원형이 된다. 이 경우 $\psi = \tau$.

$$\therefore B \cos 2\psi = (A - C) \sin 2\psi \Rightarrow \therefore \frac{\sin 2\psi}{\cos 2\psi} = \tan 2\psi = \frac{B}{A - C} = \frac{-2|P|\cos\delta}{|P|^2 - 1} = \frac{2|P|\cos\delta}{1 - |P|^2} = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\delta}{(E_{0x})^2 - (E_{0y})^2}$$

(여기에서 $\psi = \tau$) ($\because |P| = E_{0y}/E_{0x}$)

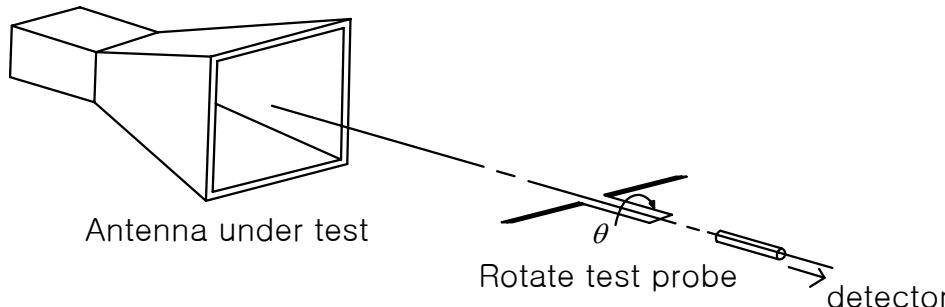
$$\therefore \tan 2\tau = \frac{2E_{0x} \cdot E_{0y} \cos \delta}{(E_{0x})^2 - (E_{0y})^2} = \frac{2 \left(\underbrace{E_{0y}/E_{0x}}_{|P|^2} \right) \cos \delta}{1 - \left(\underbrace{E_{0y}/E_{0x}}_{|P|^2} \right)^2}$$

Remind) $P = \frac{E_{0y}e^{j\delta_y}}{E_{0x}e^{j\delta_x}} = \underbrace{\frac{E_{0y}}{E_{0x}}}_{|P|} e^{j\delta}, \delta = \delta_y - \delta_x$

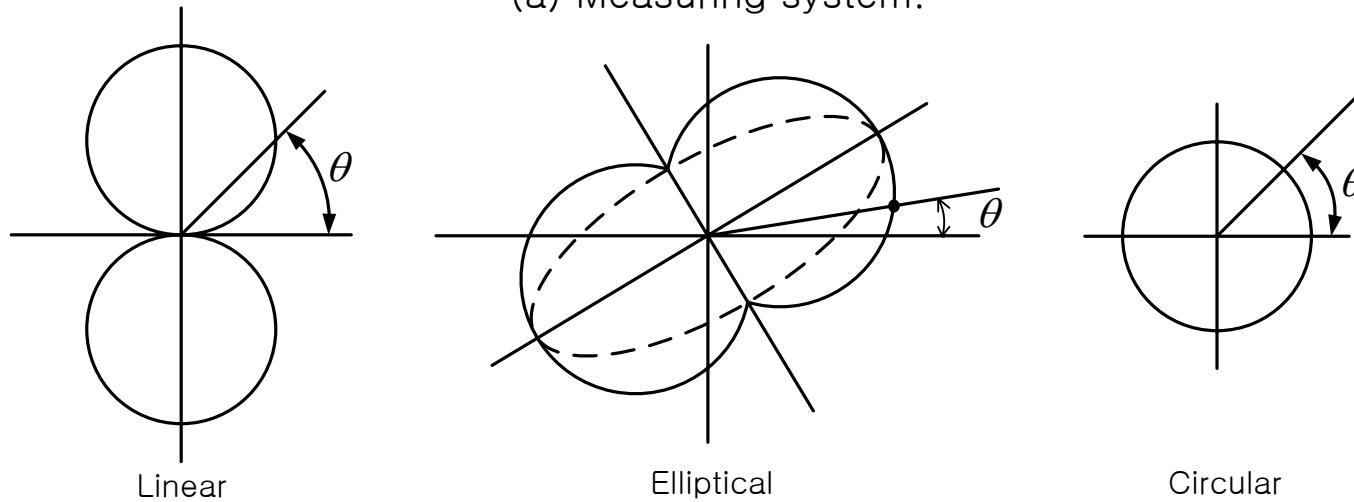
$$\therefore \tan 2\tau = \frac{2|P|\cos\delta}{1 - |P|^2}, |P| = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$$

Polarization measurements

; A linearly polarized directional antenna, mounted so it can be rotated, is connected to a detector calibrated to read relative field intensity as shown below:



(a) Measuring system.



(b) Typical patterns.

Polarization measuring system and typical patterns.

For an elliptically polarized test antenna, a dumbbell polarization curve (usually referred to as polarization pattern) is generated. Why?

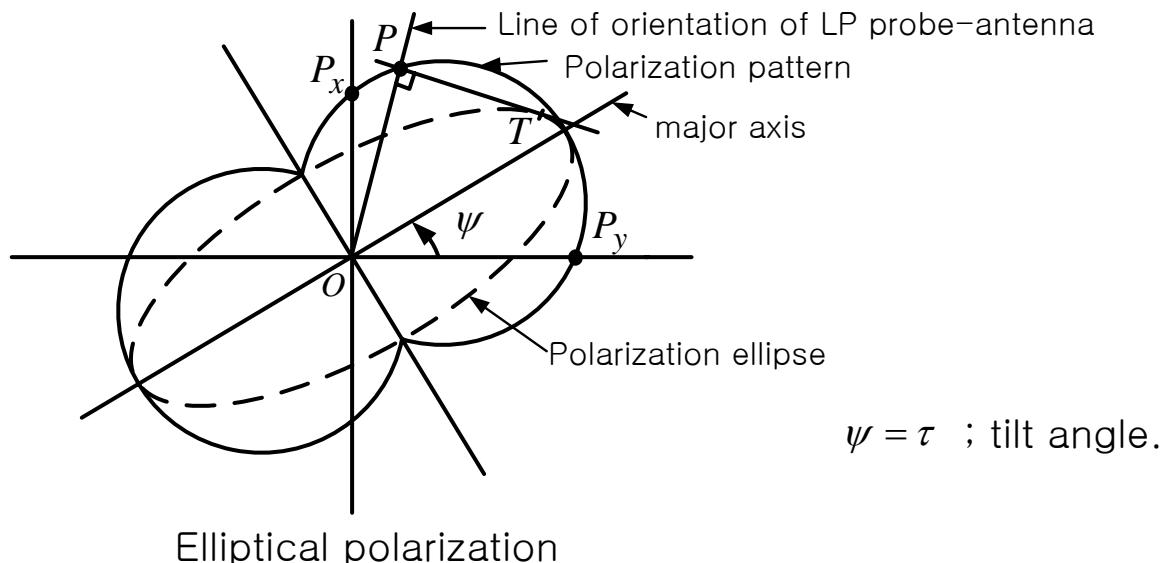
Answer :

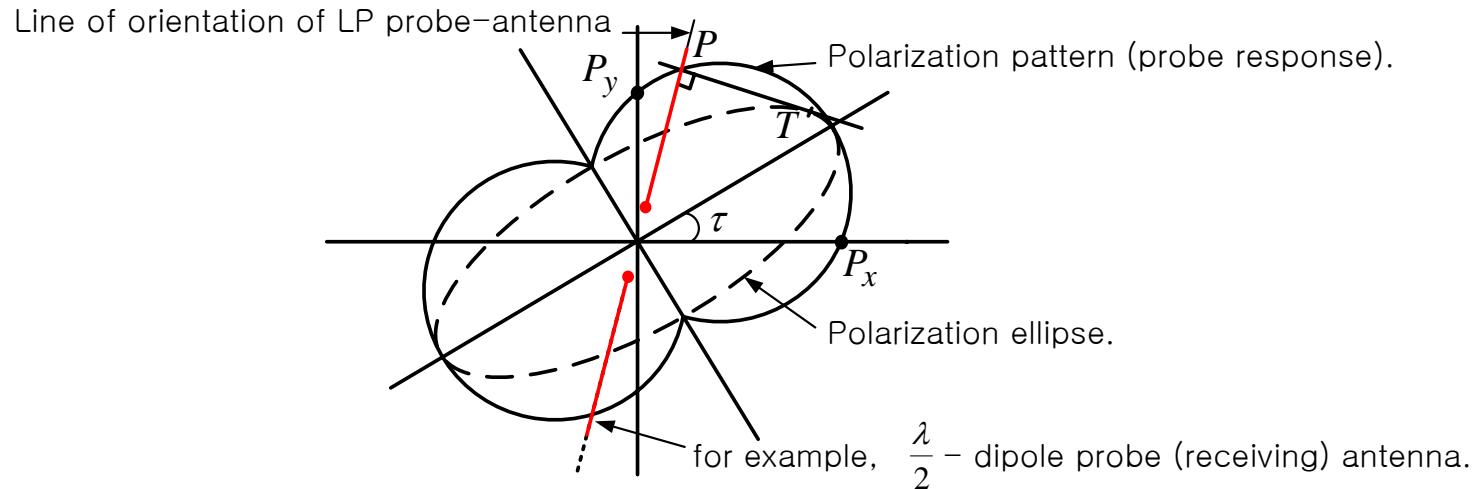
The tip of the instantaneous electric field vector from the test antenna lies on the polarization ellipse and rotates at the frequency of the wave.

The output voltage of the LP (Linear polarized) probe \propto peak projection of the electric field onto the LP orientation line at angle θ .

→ the distance OP (in the figure below) projected from the tangent point T on the ellipse

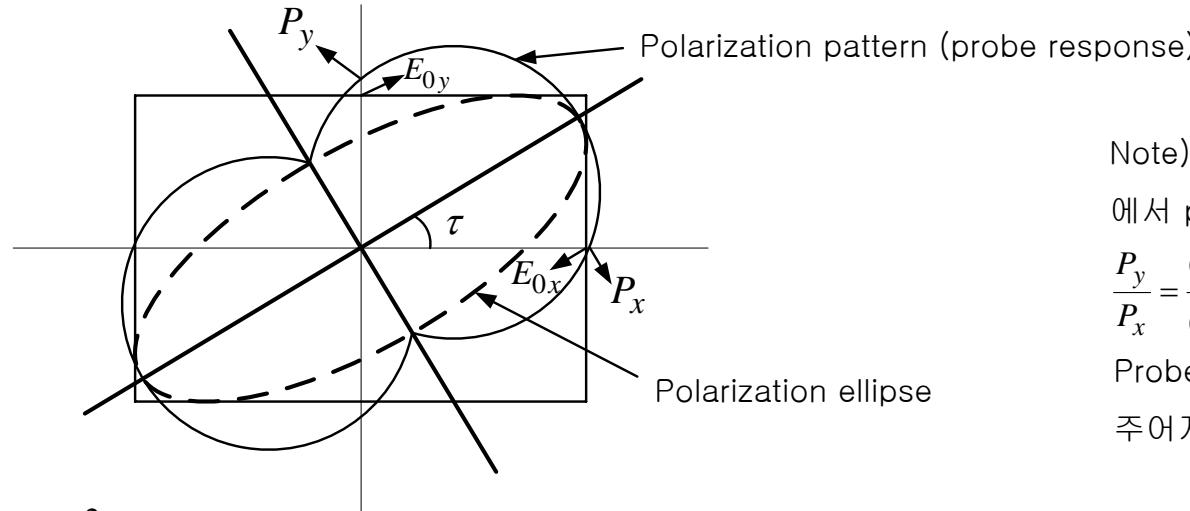
→ the locus of points P as the LP probe is rotated is fatter than the ellipse.





– LP probe response (RMS output voltage) is proportional to the projection of the peak (tip) of the electric field onto the LP orientation line at angle θ .

Note) The polarization pattern gives the axial ratio magnitude $|AR|$ and the tilt angle τ of the polarization ellipse, but not the sense.



$$\frac{P_y}{P_x} = \frac{(E_{0y})^2}{(E_{0x})^2} \quad \left[\because P_y \propto (E_{0y})^2, P_x \propto (E_{0x})^2, \text{즉, } Power \propto (\text{전계})^2 \right]$$

From the measurement of polarization pattern, $\frac{E_{0y}}{E_{0x}}$ and δ are obtained by use of

$$\frac{P_y}{P_x} = \left| \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right|^2 = |P|^2, \text{and} \quad \tan 2\tau = \frac{2|P|\cos\delta}{1 - |P|^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{여기에서 } P(\text{polarization ratio}) &= \underbrace{|P|}_{\left| \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right|} e^{j\delta} \\ &= \left| \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \right| e^{j(\delta_y - \delta_x)}, \text{ 물론 } \delta = \delta_y - \delta_x. \end{aligned}$$

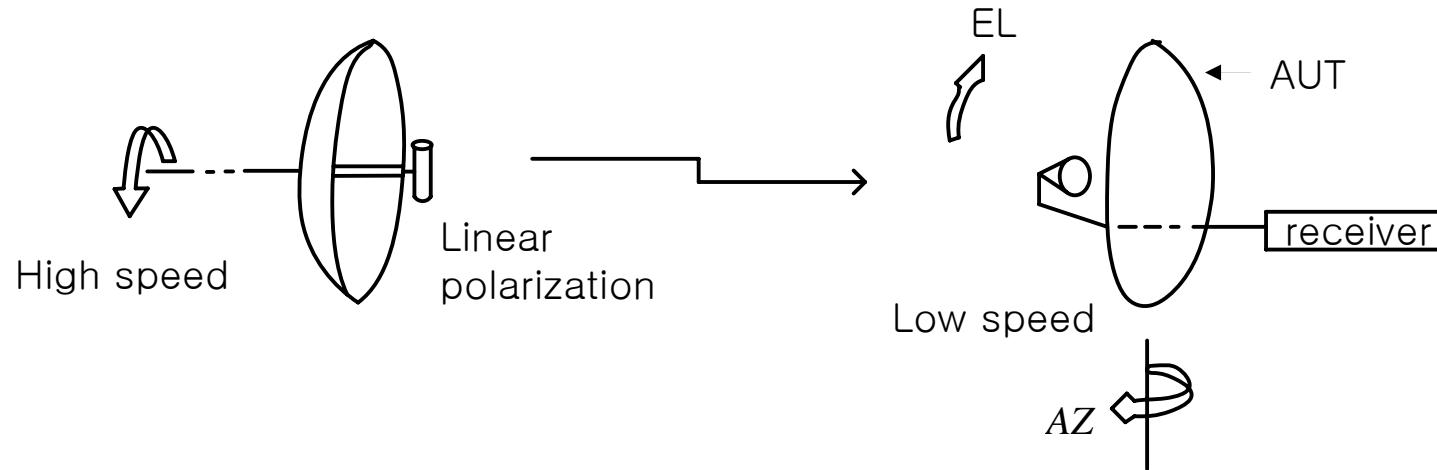
Note) 만일에 probe (수신 안테나에 연결된)
에서 power를 측정하면

$$\frac{P_y}{P_x} = \frac{(E_{oy})^2}{(E_{ox})^2} = |P|^2 \text{ 이 되고}$$

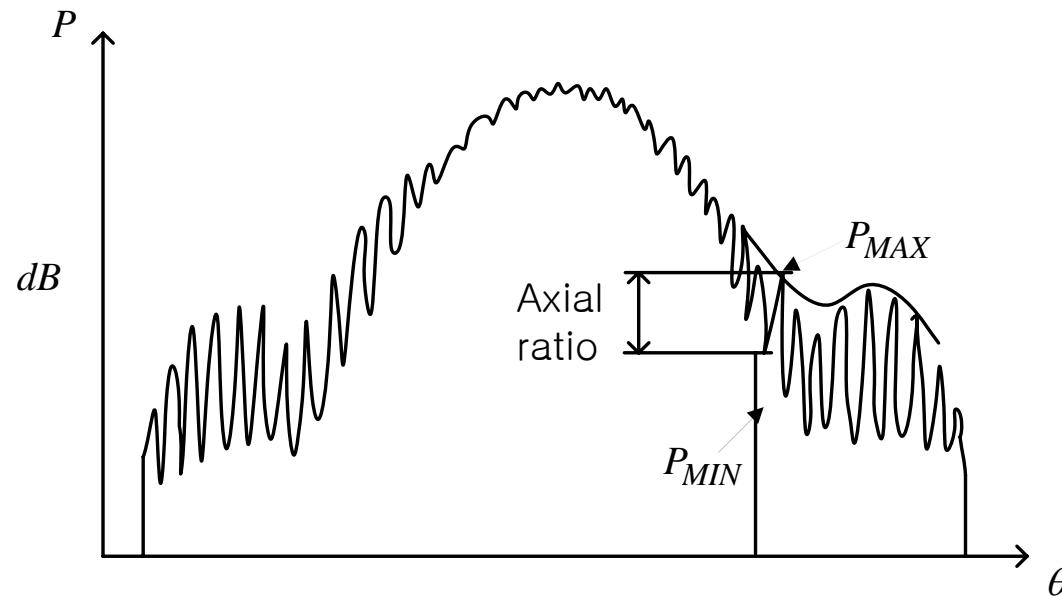
Probe response가 rms output voltage로
주어지면 $\frac{V_y}{V_x} = \frac{E_{oy}}{E_{ox}} = |P|$ 를 얻는다.

- Rotating-source method

; 아래 그림과 같이 linearly polarized source 안테나를 매우 빨리 회전시키고 동시에 AUT (antenna under test)를 매우 천천히 회전시키면



다음 그림과 같은 pattern을 얻는다. – rotating source method.



- Maxima and minima correspond to alignment of the source with the major and minor axis of the polarization ellipse, respectively.
- The AR (axial ratio) is obtained from the envelopes of the pattern. This method is used for testing nearly circularly polarized antennas.

■ Concluding remarks

- Let's review what we have discussed in Chapter. 3

제 3 장. Antenna Measurements

3-1. Input impedance의 측정

- VSWR (Voltage Standing Wave Ratio).
- Bandwidth of an antenna.
- 측정 시 주의해야 할 사항들 (balun, body-effect 등).

3-2. Radiation pattern measurement

- 측정 시 주의해야 할 사항들 (측정 오차 source 등).
- Rayleigh distance와 Fraunhofer region boundary.
- 여러가지 antenna 측정 range들.

3-3. Gain measurements

- Review on Friis transmission formula as basis of the gain measurement methods.
- Two methods for the gain measurements.
 - i) Gain – transfer (Gain–Comparison) measurements.
 - ii) Absolute – gain measurements.
 - { Two–antenna method.
 - Three–antenna method.

3-4. Polarization measurements

- Review on the polarization concept.
- polarization measurements.
 - i) dumbbell polarization curve.
 - ii) axial ratio (AR).
 - iii) polarization ratio (P).
 - iv) tilt angle(τ) of the polarization ellipse.